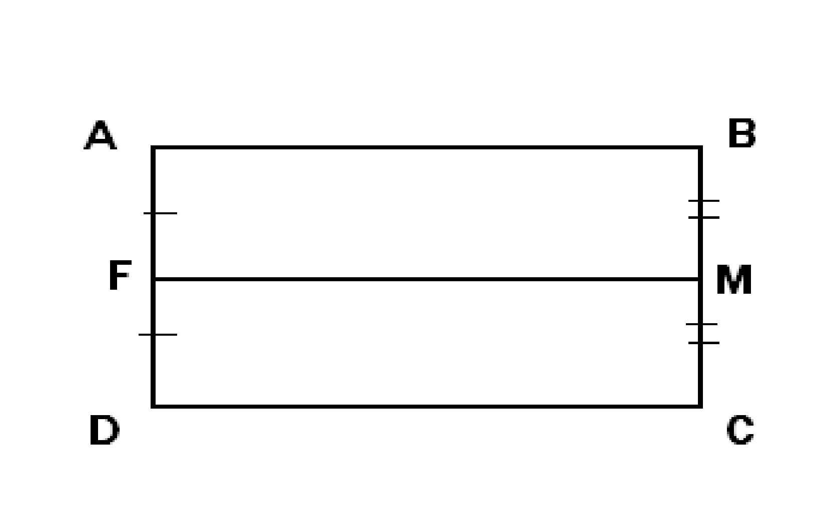
Билет №7

Средняя линия

- Определение: Отрезок соединяющий середины противоположных сторон называется средней линией.



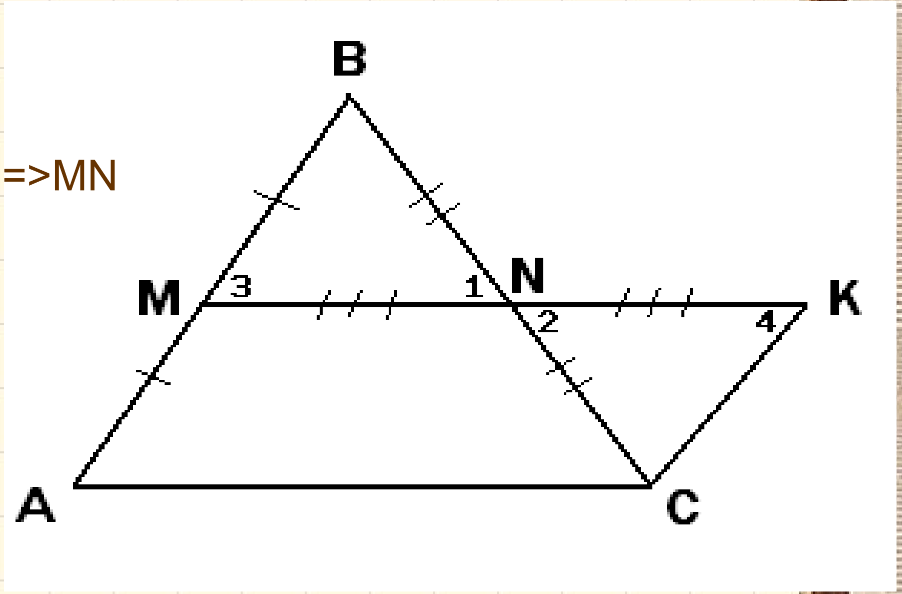
FM –средняя линия

- Утверждение: Если две прямые отсекают на параллельных прямых равные отрезки, то эти прямые параллельны и отрезки равны.

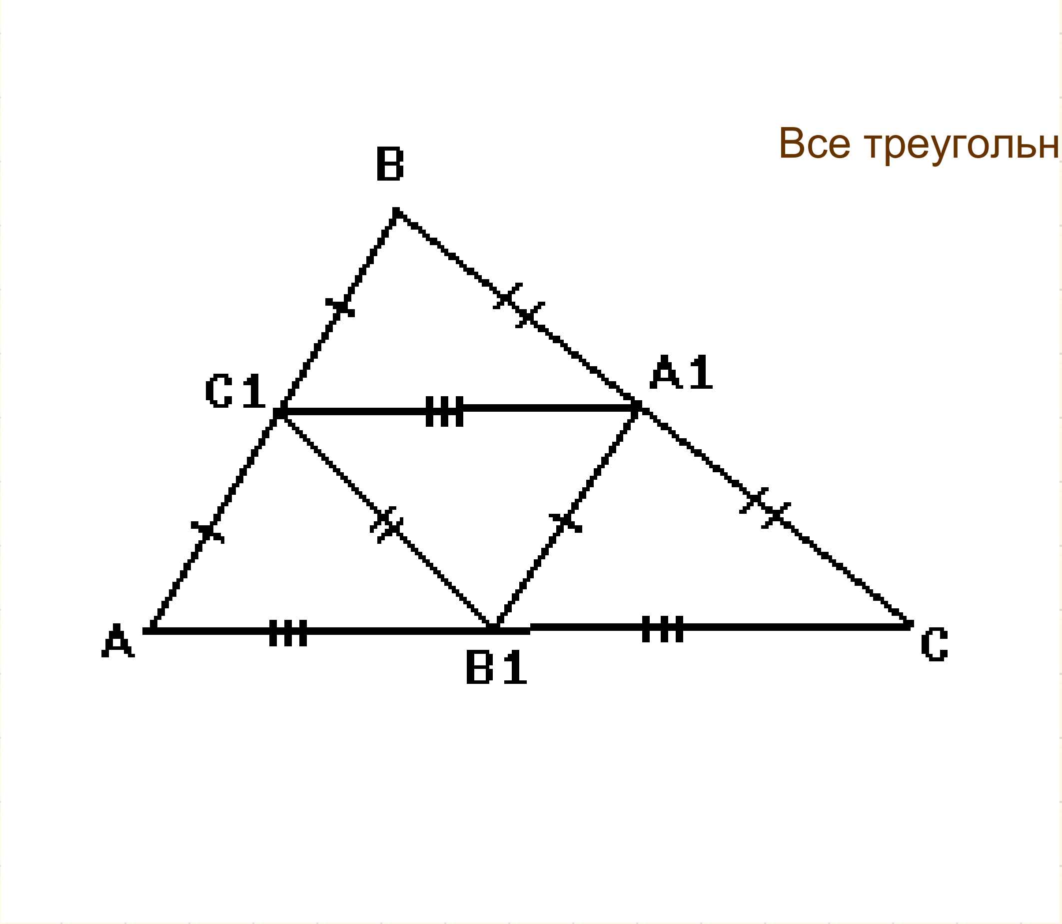
Свойства средней линии треугольника

- Теорема(1 свойство):Средняя линия треугольника параллельна стороне треугольника и равна его половине.

Дано: Тр.АВС, MN – ср. линия
Доказать:MN // AC, MN=1/2AC
Доказательство:
1)Д. п. NK=MN
2)BN=NC, MN=NK, <1=<2 (верт.) =>(по I признаку) тр.MBN=тр.NKC=>MB=KC
3)AM=MB, MB=CK=>AM=CK
4)<3=<4 => AM // CK
5)AM // CK, AM=CK =>MK // AC, MK=AC =>MN // AC
6)MK=AC, MN=1/2MK =>MN=1/2AC



- Следствие(2 свойство): Треугольник средними линиями разбивается на четыре равных треугольника.

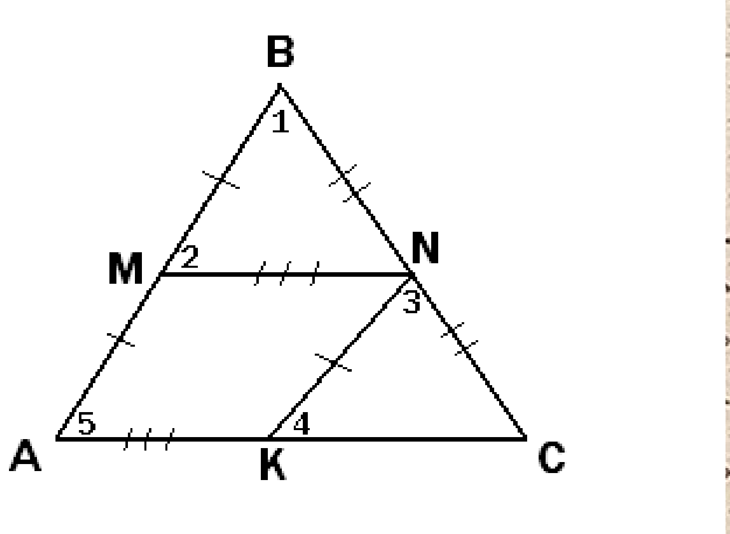


Все треугольники равны по 3 признаку

1признак средней линии треугольника

- Если отрезок выходит из середины стороны треугольника и параллелен другой стороне, то это средняя линия треугольника

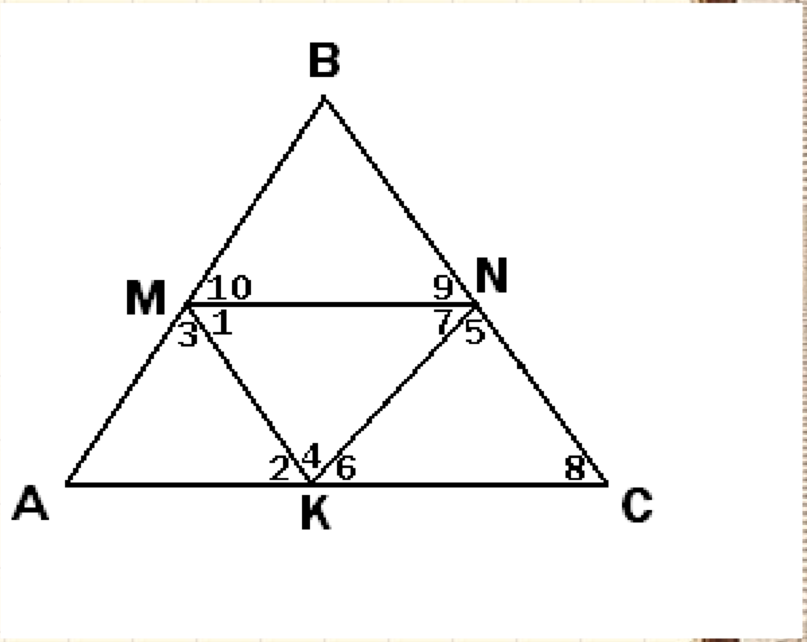
Дано: тр.ABC, AH=MB, MN // AC
Доказать: MN – ср. Линия
Доказательство:
1)Дополнительное построение AK=MN
2) MN // AK, MN=AK=> MA // NK и MA=NK
3) MB=MA, MA=NK=>MB=NK
4)<1=<3 (соответственные)
5) <2=<5 (соответственные), <4=<5
(соответственные)=> <2=<4
6) MB=NK, <1=<3, <4=<2=>тр.MBK= тр.NKC
=> BN=NC
7)AM=MC, BN=NC=>MN – ср. линия



2признак средней линии треугольника

- Если отрезок параллелен стороне треугольника и равен его половине, то отрезок является средней линией.

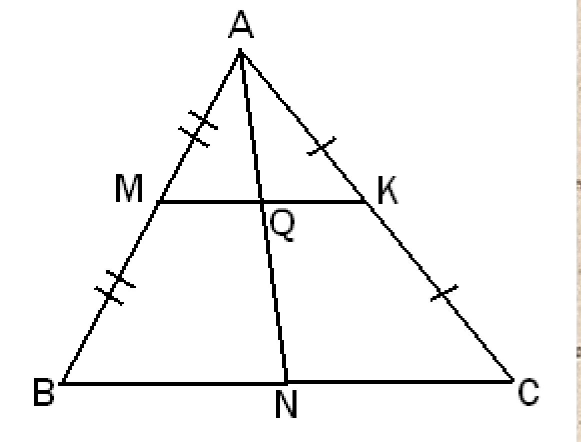
Дано: тр.АВС, MN // AC, MN=1/2 AC
Доказать: MN – ср. линия
Доказательство:
1)Дополнительное построение МК и MN, AK=MN=KC
2) <3=<4, <4=<5=> <3=<5
3)<1=<2, <1=<9=> <2=<9
4) <6=<7, <7=<9=> <6=<9
5)<2=<9, <6=<9=> <2=<6
6)Рассмотрим тр.АМК и тр.KNC и тр.MBN:
MN=AK=KC, <3=<5, <2=<9, <1=<9, <6=<9=>
тр.AMK = тр.KNC = тр.MBN
=>AM=MB=BN=NC => MN – ср. линия



свойство средней линии о хорде

- Средняя линия треугольника делит пополам любой отрезок (хорду), соединяющую вершину треугольника с точкой на стороне, параллельной средней линии.

Дано:ABC-треуг.,MK-сред. лин., AN-хорда
Док-ть: AQ=QN
Док-во:
1)Рассмотрим ACN-тр.
AK=KC(по усл.)
MK//BC(по пр.)=>QK//NC=>QK-сред. лин. CAN-тр.=>
=>AQ=QN ч.т.д.



Средняя линия трапеции

- Определение:Средняя линия трапеции – это отрезок, соединяющий середины боковых сторон.
- Теорема(свойство):Средняя линия // основанию и равна их полу суме.

Дано:ADCD – трапеция, MN – ср. линия
Доказать:MN//BC//AD, MN=1/2(BC+AD)
Доказательство:
1)Дополнительное построение: BN=NE
2) Рассмотрим тр.ABE (по опред.), AM=MB, BN=NE=> MN – ср. линия
3) BN=NE, CN=ND, <1=<2 (верт.) => тр.BCN = тр.NDE => BC=DE
4) MN=1/2 AE, BC=DE, AE=AD+DE=> MN=1/2(BC+AD) ч.т.д