

Билет №4

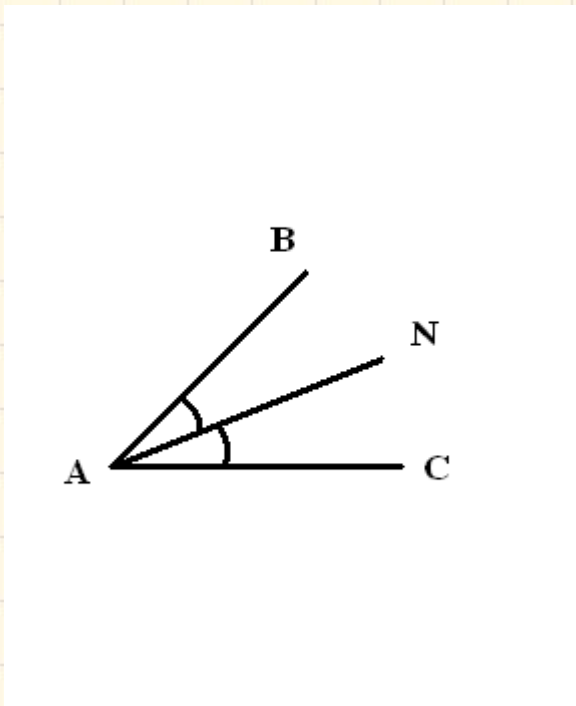


Основные определения

- ▶ *Расстояние от точки до точки* – длина отрезка
- ▶ *Расстояние от точки до фигуры* – кратчайший отрезок
- ▶ *Расстояние от точки до прямой* – длина перпендикуляра, проведённого из точки к прямой



Биссектриса угла



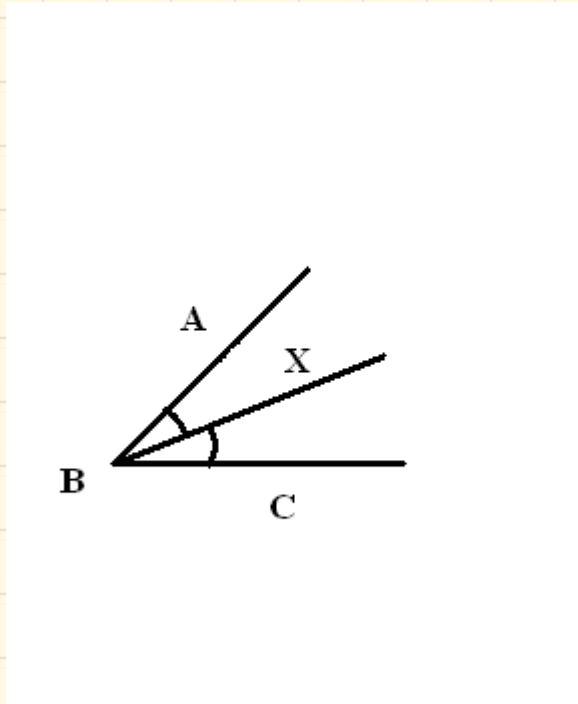
- ▶ Биссектриса угла–луч, делящий угол пополам
- ▶ AN–биссектриса угла BAC

Теорема биссектрисы угла

- ▶ Точка лежит на биссектрисе угла тогда и только тогда, когда она равноудалена от сторон угла



Необходимость

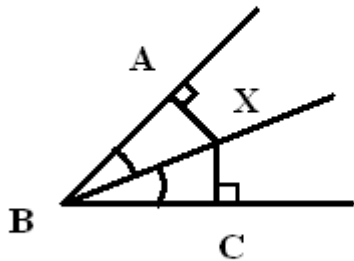


Дано: угол ABC

BX – биссектриса

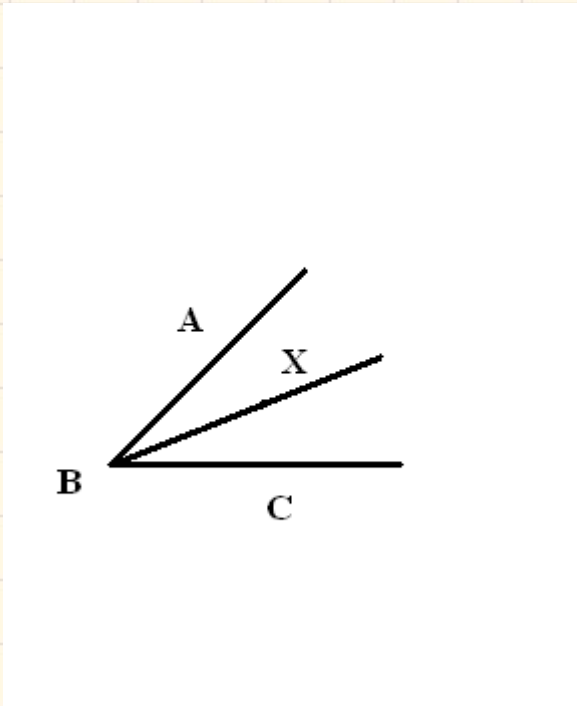
Доказать: $p(X, BA) = p(X, BC)$

Доказательство



1. Дополнительное построение $XA \perp BA$
2. Дополнительное построение $XC \perp BC$
3. Тр. BAH и тр. BCX п/у и равные, так как угол ABX равен углу CBX (биссектриса) и BX – общая сторона $\Rightarrow XA = XC$

Достаточность

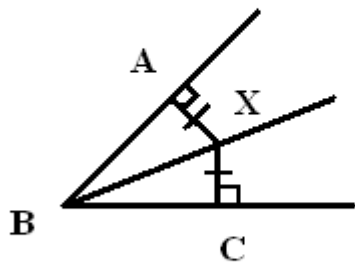


Дано: угол ABC

$$p(X, BA) = p(X, BC)$$

Доказать: BX –
биссектриса

Доказательство



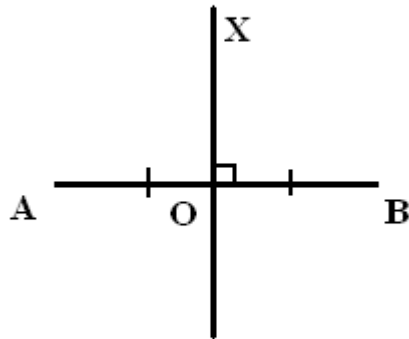
1. Дополнительное построение $XA \perp BA$
2. Дополнительное построение $XC \perp BC$
3. Тр. BAH и тр. BCX п/у и равные, так как $XA=XC$ (условие) и BX – общая сторона \Rightarrow угол ABX равен углу $CBX \Rightarrow BX$ – биссектриса

Второе определение биссектрисы (по Г.М.Т.)

- ▶ *Биссектриса угла* – множество точек угла, равноудалённых от сторон угла



Серединный перпендикуляр



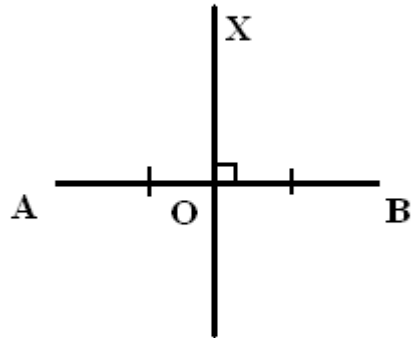
- ▶ *Серединный перпендикуляр-перпендикуляр, проведённый через середину отрезка*
- ▶ *OX-серединный перпендикуляр отрезка АВ*

Теорема серединного перпендикуляра

- ▶ Точка лежит на серединном перпендикуляре тогда и только тогда, когда она равноудалена от концов отрезка

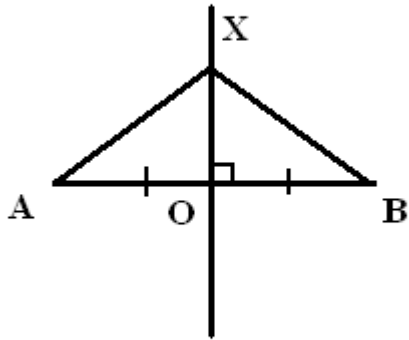


Необходимость



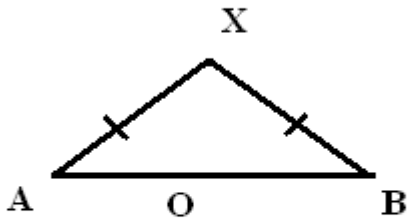
- ▶ Дано: АВ–отрезок
ОХ – серед.
перпендикуляр
- ▶ Доказать: $p(X, A) = p(X, B)$

Доказательство



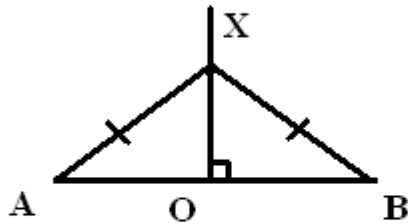
1. Дополнительное построение AX
2. Дополнительное построение XB
3. Тр. AOX и тр. BOX п/у и равные, так как $AO = OB$ (серед. перпендикуляр) и OX – общая сторона $\Rightarrow AX = BX$

Достаточность



- ▶ Дано: AX – отрезок
 $r(X, A) = r(X, B)$
- ▶ Доказать: OX – серед.
перпендикуляр

Доказательство



1. Дополнительное построение $XO \perp AB$
2. Тр. AXB р/б и $XO \perp AB$ по построению $\Rightarrow XO$ – медиана по свойству $\Rightarrow AO = BO$
3. $XO \perp AB$ и XO – медиана $\Rightarrow XO$ – серединный перпендикуляр

Определение серединного перпендикуляра (по г.м.т.)

- ▶ *Серединный перпендикуляр* – множество точек, равноудалённых от концов отрезков

