# Билет №17

# Понятие вектора

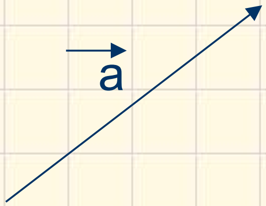
$\vec{a}$

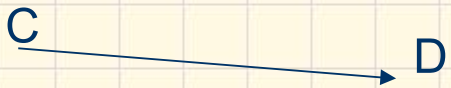
Величины, которые характеризуются не только численным значением, но и направлением, называются векторными величинами или векторами.

# Характеристика вектора

- Обозначение: $\vec{a}$ - вектор

  $|\vec{a}|$ - длина вектора
- Изображение: вектор – направленный отрезок



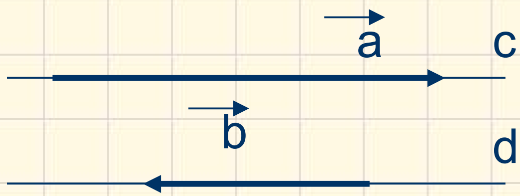



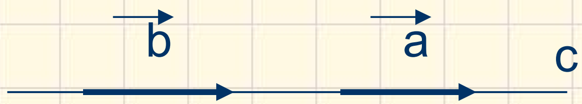

$\overrightarrow{CD}$

С-начало

D-конец

# Коллинеарные векторы



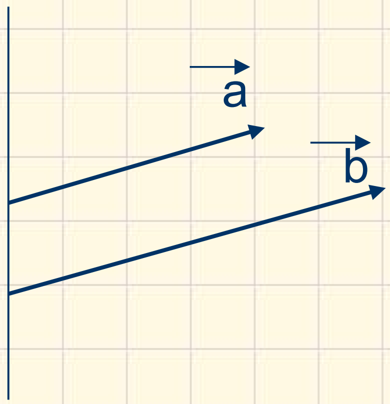




$c \parallel d \Rightarrow \vec{a} \parallel \vec{b}$

$\vec{b} \in c,\ \vec{a} \in c \Rightarrow \vec{a} \parallel \vec{b}$

Коллинеарные векторы – это векторы, которые лежат на параллельных прямых, либо на одной прямой.

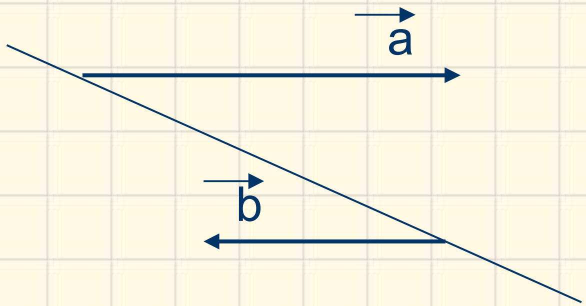
# Сонаправленные векторы




$\vec{a} \uparrow\uparrow \vec{b}$

Сонаправленные векторы – это коллинеарные векторы, лежащие по одну сторону от прямой, содержащей их начала.

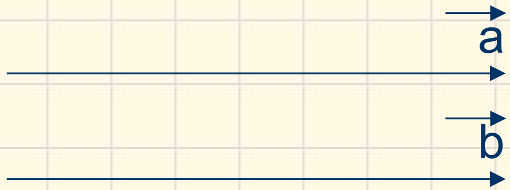
# Противоположнонаправленные векторы




$$\vec{a} \uparrow\downarrow \vec{b}$$

Противоположнонаправленные векторы – это коллинеарные векторы, лежащие по разные стороны от прямой, содержащей их начала.

# Равные векторы

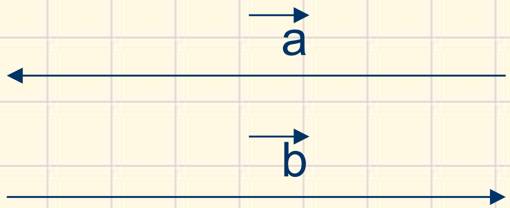



$\vec{a} = \vec{b}$

$$\vec{a} = \vec{b} \iff \begin{cases} \vec{a} \uparrow\uparrow \vec{b} \\ |\vec{a}| = |\vec{b}| \end{cases}$$

Равные векторы – это сонаправленные векторы, имеющие равную длину

# Противоположные векторы




$$\vec{a} = -\vec{b}$$

Противоположные векторы – это противоположнонаправленные векторы, имеющие равную длину

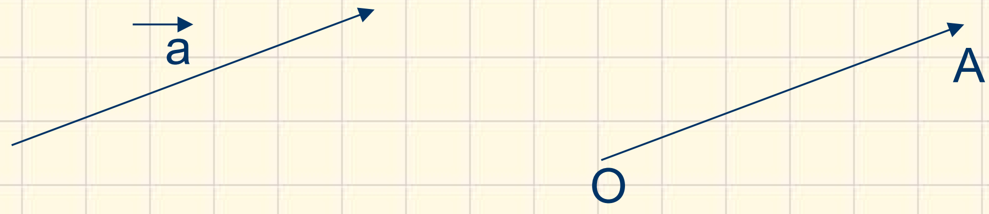
# Нулевые векторы

$\overrightarrow{AA}$

$\overrightarrow{AA} = \vec{0}$

# Действия с векторами
# Сложение векторов

$$\overrightarrow{OA} = \vec{a}$$



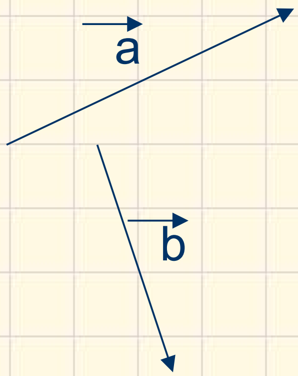

Отложить от точки вектор, равный данному – это значит построить направленный отрезок с началом в этой точке, изображающий этот вектор.

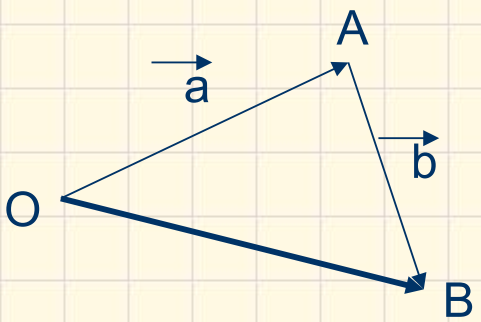
# Теорема

От любой точки можно отложить вектор, равный данному и притом только один.

Суммой двух векторов называется вектор, построенный по правилу треугольника

# Правило треугольника



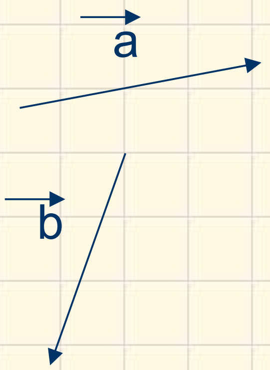



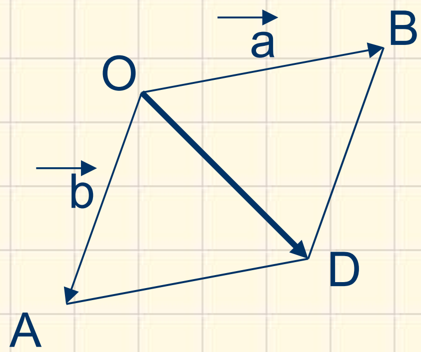

$\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{a}$

$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{b}$

$\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OB}$

# Правило параллелограмма




$\overrightarrow{OA} = \vec{a}$

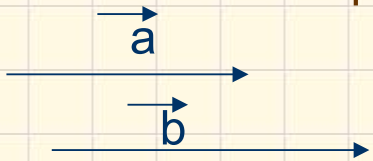
$\overrightarrow{OB} = \vec{b}$

OADB – пар-м

$\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OB}$

Если векторы неколлинеарны, то их сумма представляется диагональю построенного на них параллелограмма

## Сложение сонаправленных векторов





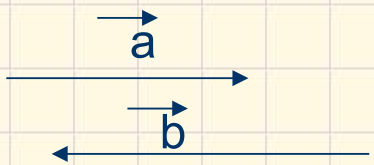
$\vec{a} \uparrow\uparrow \vec{b}$

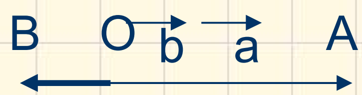
$\vec{OA} = \vec{a}$

$\vec{AB} = \vec{b}$

$\vec{OA} + \vec{AB} = \vec{OB}$

## Сложение противоположнонаправленных векторов



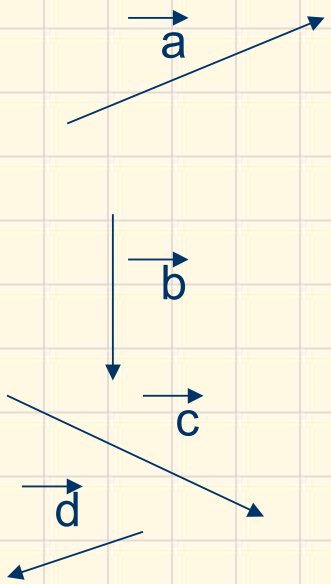

$\vec{a} \uparrow\downarrow \vec{b}$

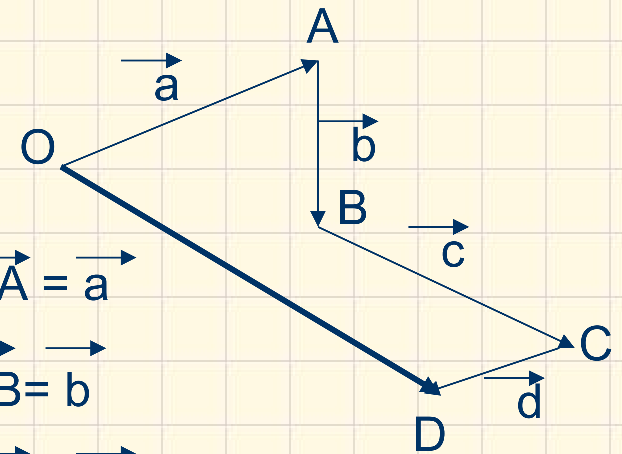
$\vec{OA} = \vec{a}$

$\vec{AB} = \vec{b}$

$\vec{OA} + \vec{AB} = \vec{OB}$

# Правило многоугольника




$\vec{OA} = \vec{a}$

$\vec{AB} = \vec{b}$

$\vec{BC} = \vec{c}$

$\vec{CD} = \vec{d}$

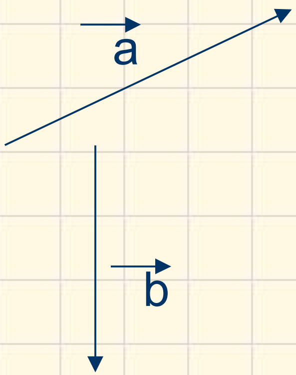
$\vec{OA} + \vec{AB} + \vec{BC} + \vec{CD} = \vec{OD}$

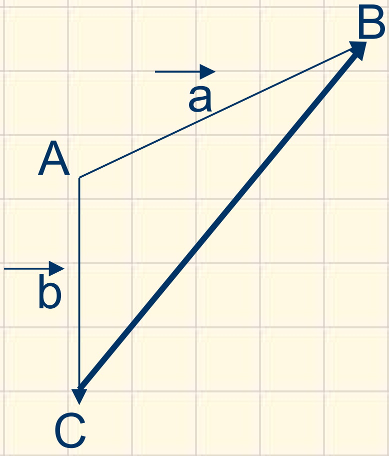
# Законы сложения векторов

1. Переместительный (коммутативный)
   $\vec{a} + \vec{b} = \vec{b} + \vec{a}$
2. Сочетательный (ассоциативный)
   $\vec{a} + (\vec{b} + \vec{c}) = (\vec{a} + \vec{b}) + \vec{c}$
3. Закон поглощения нулевого вектора
   $\vec{a} + \vec{0} = \vec{a}$

# Вычитание векторов

Правило вычитания векторов




$\overrightarrow{AB} = \vec{a}$

$\overrightarrow{AC} = \vec{b}$

$\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{CB}$

Разностью двух векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$ называется такой вектор $\vec{c}$, который в сумме с вектором $\vec{b}$ дает вектор $\vec{a}$, т. е. $\vec{c} + \vec{b} = \vec{a}$

# Умножение вектора на число

Произведением вектора а, не равному нулевому, и числа $x \neq 0$ называется вектор $x\vec{a}$, для которого выполняются два условия:

1) Если $x > 0$, то $x\vec{a} \uparrow\uparrow \vec{a}$

Если $x < 0$, то $x\vec{a} \uparrow\downarrow \vec{a}$

2) $|x\vec{a}| = |x|\,|\vec{a}|$

Если $\vec{a} = \vec{0}$ или $x = 0$, то $x\vec{a} = \vec{0}$

# Свойства

1. $1 \cdot \vec{a} = \vec{a}$ для любого $\vec{a}$
2. $(-1) \cdot \vec{a} = -\vec{a}$ для любого $\vec{a}$
3. Если $x\vec{a} = \vec{0}$, то $x = 0$, либо $\vec{a} = \vec{0}$
4. Если $x\vec{a} = x\vec{b}$, где $x \neq 0$, то $\vec{a} = \vec{b}$
5. Если $x\vec{a} = y\vec{a}$, где $\vec{a} = \vec{0}$, то $x = y$