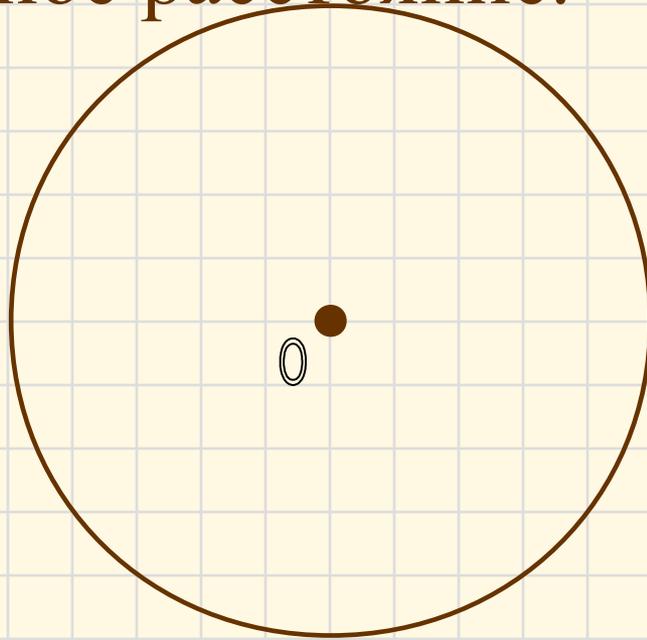


Билет № 11



Окружность

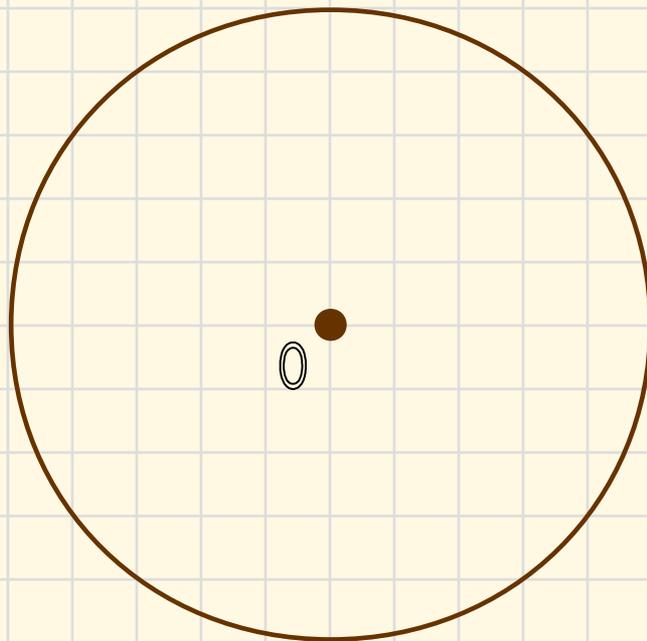
Окружность-это множество точек плоскости, равноудаленных от данной точки на данное расстояние.



$(O;R)$ -окружность с центром в точке O

Окружность

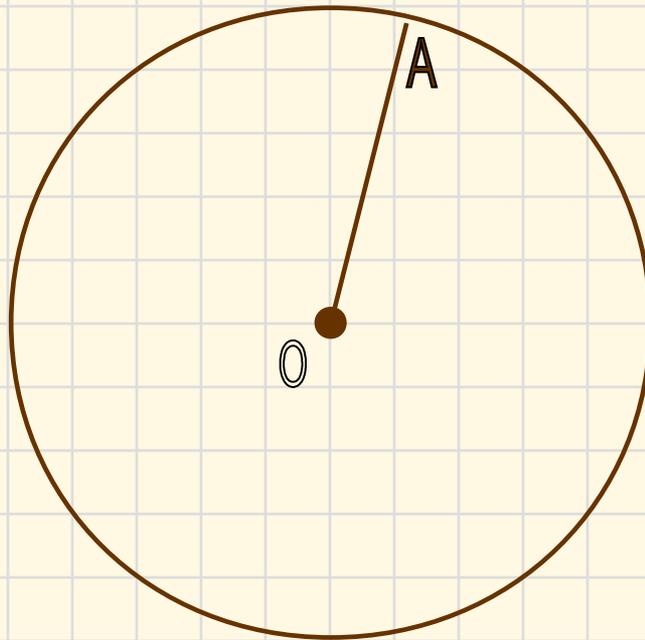
Данная точка-центр окружности.



(.)O-данная точка.

Окружность

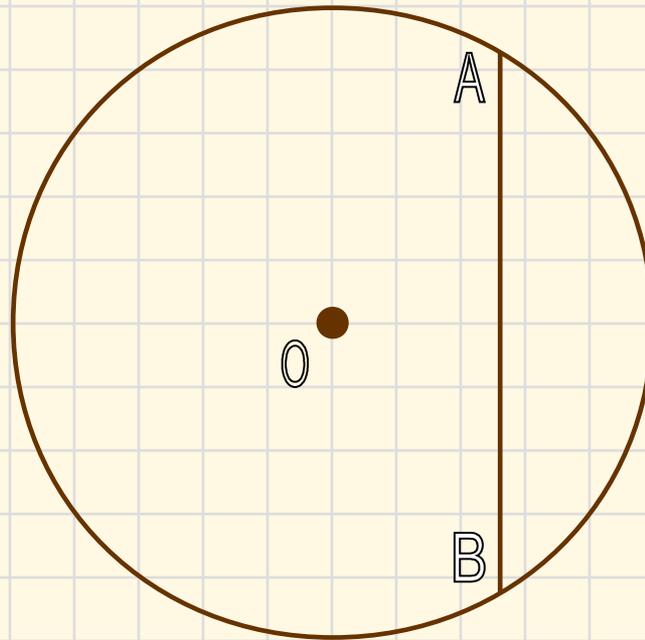
Данное расстояние-радиус окружности.



OA - радиус окружности.

Окружность

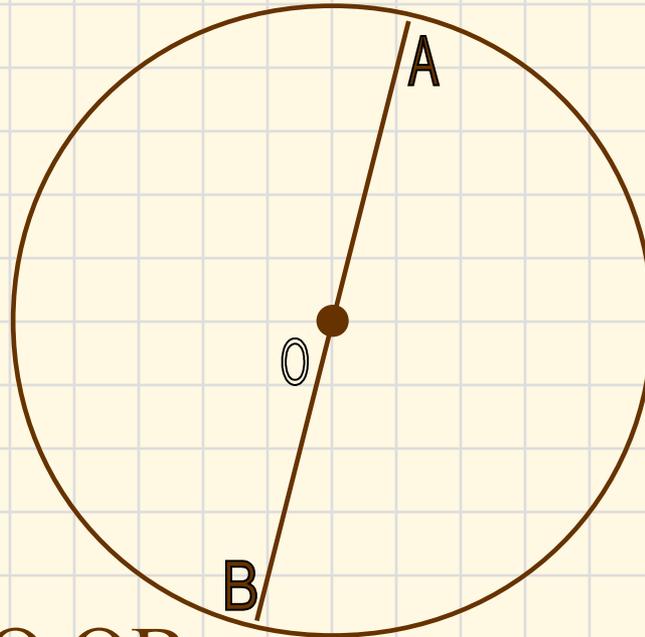
Хорда-отрезок, соединяющий две любые точки окружности.



AB-хорда окружности

Окружность

- Диаметр-хорда, проходящая через центр окружности. Хорда равна двум радиусам.

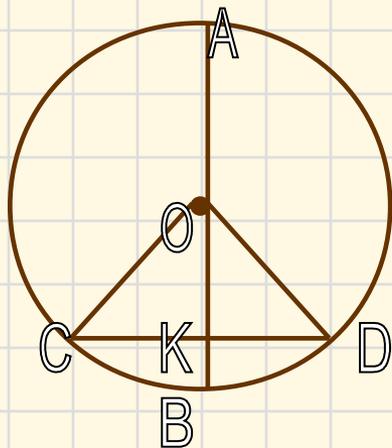


AB-диаметр, AO, OB-радиусы

Свойства хорд и диаметров.



Диаметр перпендикулярен хорде, не являющейся диаметром, тогда и только тогда, когда он проходит через середину хорды.



Доказательство:

1) Д.п. CO и OD

2) $DO = CO = R$

2) CD -хорда

3) Рассмотрим

$\triangle COD$ -р.б.;

$CK = KD \Rightarrow$

OK -медиана;

высота \Rightarrow

$\Rightarrow OK \perp CD \Rightarrow$

$AB \perp CD$.

Дано:

1) окр. $(O; R)$

2) AB -диаметр

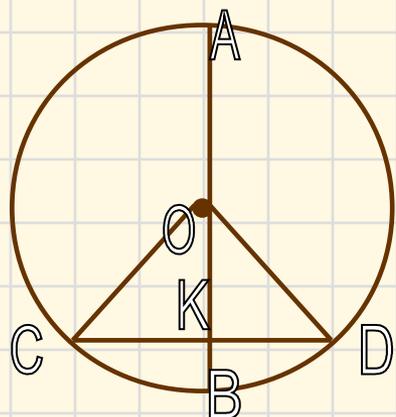
2) CD -хорда

3) $CK = KD$

Доказать:

$AB \perp CD$.

Обратная теорема.



Доказательство:
1) Дополнительное
построение: CO и
 CD

2) $CD = CO = R$

3) Рассмотрим $\triangle COD$ – р/б

OK -высота \Rightarrow OK -медиана \Rightarrow
 $CK = KD$

Ч.т.д.

Следствие: расстояние от центра окружности до хорды равно расстоянию от центра окружности до середины хорды.

Дано:

1) $\text{Окр}(O; R)$

2) AB – диаметр

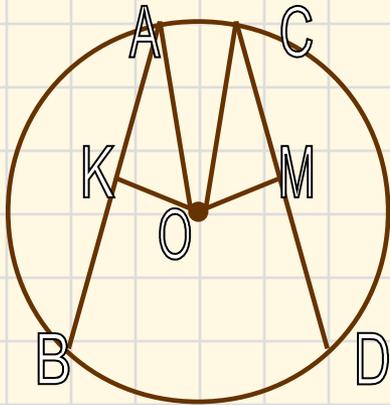
3) CD – хорда

4) $AB \perp CD$

Доказать:

$CK = KD$

2) Хорды одной окружности равны тогда и только тогда, когда они равноудалены от её центра.



Доказательство:

1) Дополнительное построение: OA и OC ;
 $OA = OC = R$

2) Рассмотрим $\triangle AKO$ и $\triangle CMO$ – п/у

$OA = OC$ } \Rightarrow

$OK = OM$ }
 $\triangle BKO = \triangle CMO$

3) $BK = MD$ - аналогично \Rightarrow

$\Rightarrow AB = CD$

Дано:

1) $\text{Окр}(O; R)$

2) AB и CD – хорды

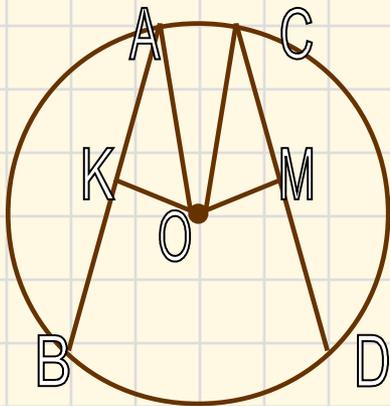
3) $KO = OM$

4) $KO \perp AB$
 $CD \perp OM$

Доказать:

$AB = CD$

Обратная теорема.



Доказательство:

1) Дополнительное построение: OB и OC ; $OB=OC=R$

2) Рассмотрим $\triangle BKO$ и $\triangle CMO$ – п/у

$$KB=CM$$

$$BO=CO$$

$$\triangle BKO = \triangle CMO \Rightarrow$$

$$OK=OM$$

Дано:

1) $\text{Окр}(O;R)$

2) AB и CD – хорды

3) $AB=CD$

5) $KO \perp AB$
 $CD \perp OM$

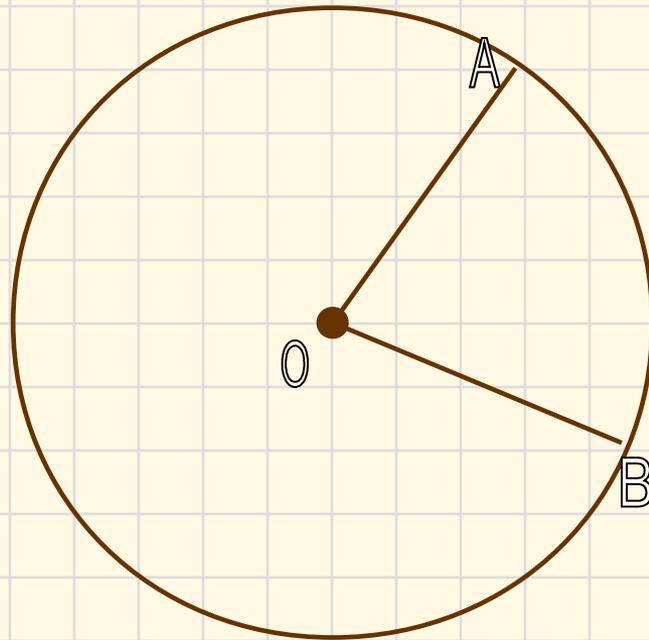
Доказать:

$$OK=OM$$

Центральный угол.



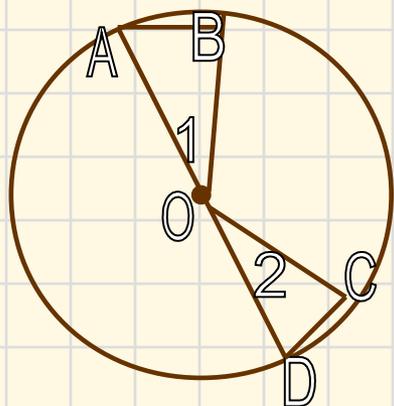
Угол, вершина которого лежит в центре окружности, называется центральным.



Угол АОВ-центральный.

Хорды одной окружности равны тогда и только тогда, когда они стягивают равные углы.

Доказательство:



1) Дополнительное построение:

BO и CO-радиусы

2) Рассмотрим $\triangle AOB$ и $\triangle COD$

$AO=OD$

$BO=OC$

$\angle 1 = \angle 2$

$\Rightarrow AB=CD$

$\Rightarrow \triangle AOB = \triangle COD \Rightarrow$

Дано:

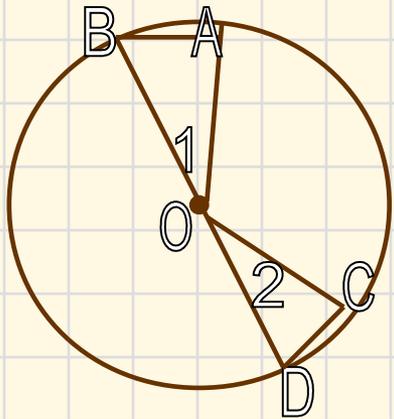
1) Окр($O;R$)

2) $\angle AOB = \angle COD$

Доказать:

$AB=CD$

Обратная теорема.



Доказательство:

1) Рассмотрим $\triangle AOB$ и $\triangle COD$

$$AB = CD$$

$$AO = OB = OC = OD = R$$

$$\Rightarrow \triangle AOB = \triangle COD \Rightarrow$$

$$\angle AOB = \angle COD$$

Дано:

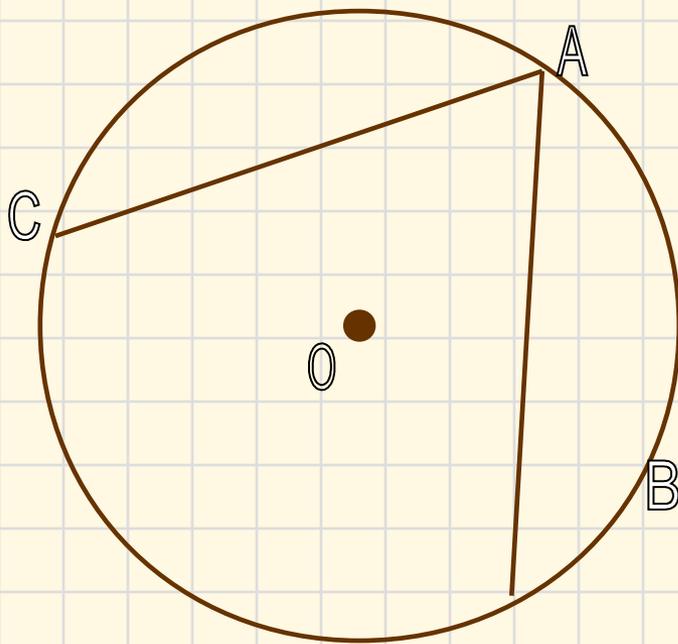
2) $\text{Окр}(O; R)$

$$2) AB = CD$$

Доказать:

$$\angle AOB = \angle COD$$

Вписанным углом называется угол, вершина которого лежит на окружности, а стороны пересекают её.



\angle СAB-вписанный